

КРИТЕРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СТЕПЕНИ УПОРЯДОЧЕННОСТИ ИЛИ ХАОТИЧНОСТИ ОТКРЫТЫХ СИСТЕМ

Ю. Л. Климонтович

1. Экскурс в историю физики открытых систем

Возникновение научного направления «Физика открытых систем» было подготовлено трудами многих выдающихся исследователей девятнадцатого столетия. В их числе физик Людвиг Больцман, математики Анри Пуанкаре и Александр Ляпунов и, конечно, биолог Чарльз Дарвин.

Людвиг Больцман назвал XIX столетие веком Дарвина. Он полагал тем самым, что теория эволюции Дарвина, основанная на принципе естественного отбора, является наиболее значительным открытием прошлого века. Такой вывод может показаться неожиданным. Действительно, XIX век очень богат великими открытиями в естествознании, в частности, в физике. Ведь XIX век — это век термодинамики, созданной в значительной мере трудами Сади Карно, Рудольфа Клаузиуса и Вильяма Томсона. Это век электромагнитной теории Майкла Фарадея и Джеймса Максвелла. В XIX веке были заложены и основы современной молекулярно-кинетической теории материи. Одним из ее основателей был сам Людвиг Больцман. Именно он предложил первое кинетическое уравнение для описания необратимых процессов в газах. Уравнение Больцмана и по сей день является одним из основных уравнений теории неравновесных процессов. Оно описывает, в частности, установление равновесного состояния в газе. Больцман ввел впервые и статистическое определение одной из основных характеристик термодинамики — энтропии. Именно он доказал знаменитую H теорему Больцмана, согласно которой в процессе установления равновесного состояния энтропия монотонно возрастает и остается постоянной при его достижении. Наконец, именно Больцман понял, что в замкнутых системах энтропия может служить мерой относительной степени хаотичности. И все же именно Больцман определил XIX век как век Дарвина. Тем самым на первое место он поставил принцип биологической эволюции.

В чем же дело?

Главное, что определило такой выбор, это удивительная научная интуиция Больцмана. Ведь во времена Больцмана не существовало каких-либо математических моделей биологической эволюции. Основным движущим фактором была уверенность Больцмана в том, что развитая им теория временной эволюции газа в замкнутой системе будет обобщена и на открытые системы. К числу последних относятся и все биологические объекты. Теория эволюции Дарвина и была, таким образом, первым шагом в теории эволюции открытых систем. Больцман был одним из немногих в то время, кто понял важность этого «первого шага». Это и определило его оценку теории Дарвина как величайшего открытия XIX века.

Такую точку зрения едва ли в то время разделяли многие. Ведь и сама теория Больцмана вызвала возражения у большинства ученых того времени. Более того, вокруг теории Больцмана бушевали страсти. Среди оппонентов Больцмана был и величайший математик того времени Анри Пуанкаре — один из создателей качественной теории дифференциальных уравнений и теории динамических систем, которая базируется на уравнениях механики Ньютона. Он полностью отвергал теорию Больцмана.

Приведем для иллюстрации небольшой отрывок из книги И. Пригожина «От существующего к возникающему»: «Пуанкаре в одной из своих работ открыто не рекомендовал изучать труды Больцмана на том основании, что послышки в рассуждениях Больцмана противоречат его, Пуанкаре, выводам!» А. Пуанкаре, основываясь на обратимых уравнениях

механики, пришел к выводу, что теория необратимых процессов и механика несовместимы. Основанием служило, в частности, то, что в механике нет функции, играющей роль энтропии. Представлялось, тем самым, что механика, которая основана на обратимых уравнениях движения, и теория необратимых процессов несовместимы.

Известно и другое высказывание А. Пуанкаре, приведенное в одной из статей И. Пригожина (сб. «Синергетика»): «В этой связи забавно вспомнить слова Пуанкаре о том, что рекомендовать кому-либо прочитать работу Больцмана он не может, так как не может рекомендовать изучение доказательств, в которых выводы противоречат предпосылкам».

Как разительно отличается от оценки А. Пуанкаре оценка работ Людвиг Больцмана, данная представителем следующего поколения ученых, одним из основателей квантовой механики — Эрвином Шредингером. На стр.161 той же книги Пригожина читаем: «Его (Больцмана) направление мышления можно было бы назвать моей первой любовью. Никакие идеи не захватывали меня столь глубоко и вряд ли смогут захватить меня в будущем».

Таким образом, уже на пороге XX столетия стало ясно, что развитие теории неравновесных процессов в физических и биологических системах является одной из важнейших задач естествознания. Оказалось, однако, что от понимания важности проблемы до ее даже далеко не полного решения потребовалось почти целое столетие.

Первым принципиальным шагом в этом направлении была развитая Альбертом Эйнштейном, Марианом Смолуховским и Полем Ланжевеном теория броуновского движения — хаотического движения малых, но все же макроскопических, частиц в жидкости. Оно впервые наблюдалось и было описано ботаником Робертом Броуном в 1827 г. Отсюда и название «броуновское движение». Его причиной являются толчки со стороны молекул жидкости. Таким образом, система броуновских частиц представляет пример открытой системы.

По уравнению Больцмана, средняя энергия частиц газа в процессе эволюции сохраняется. Это условие необходимо, чтобы в процессе эволюции к равновесному состоянию энтропия, а с ней и степень хаотичности, возрастали. В противоположность этому средняя энергия броуновских частиц в процессе эволюции к равновесному состоянию не сохраняет свое значение. По этой причине Н-теорема Больцмана теперь уже не является справедливой. Заметим, что в процессе эволюции по уравнению Больцмана сохраняется не точное значение энергии, а лишь ее среднее значение. По этой причине возможны флуктуации энергии и, следовательно, система Больцмана, как и система броуновских частиц, является открытой.

Создание современной статистической теории открытых систем было подготовлено многими учеными. Мы уже отметили выдающуюся роль Людвиг Больцмана и Анри Пуанкаре — основоположников статистической и динамической теории открытых систем. Большую роль в современной теории играют работы А. М. Ляпунова — одного из создателей теории устойчивости движения, математика А. Н. Колмогорова, физиков Л. И. Мандельштама, А. А. Андропова, Н. С. Крылова, Я. Б. Зельдовича и многих других. К числу основоположников теории самоорганизации относится, несомненно, Владимир Иванович Вернадский — создатель учения о ноосфере (сфере разума).

2. Физика открытых систем. Диссипативные структуры. Синергетика

Открытые системы могут обмениваться с окружающими телами энергией, веществом и, что не менее важно, информацией. Будем рассматривать макроскопические открытые системы. Они состоят из многих объектов, принимаемых за элементы структуры. Эти элементы могут быть микроскопическими, например атомы или молекулы в физических и химических системах. Элементы могут быть относительно малыми, но все же макроскопическими. Это, например, макромолекулы в полимерах, клетки в биологических структурах.

Благодаря сложности открытых систем в них возможно образование различного рода структур. Диссипация играет при образовании структур конструктивную роль. Это кажется на первый взгляд удивительным, так как понятие диссипации ассоциируется с затуханием различного рода движений, с рассеянием энергии, с потерей информации. Однако, и это

чрезвычайно существенно, диссипация необходима для образования структур в открытых системах. Чтобы подчеркнуть это, Илья Пригожин ввел термин «диссипативные структуры». Это чрезвычайно емкое и точное название объединяет все виды структур: временные, пространственные и, наконец, наиболее общие пространственно-временные структуры. Примером последних могут служить автоволны.

Сложность открытых систем открывает широкие возможности для существования в них кооперативных явлений. С целью подчеркнуть роль коллектива при образовании диссипативных структур, Герман Хакен ввел термин «синергетика», что означает «совместное действие». Цель синергетики — выявление общих идей, общих методов и общих закономерностей в самых разных областях естествознания, а также социологии и даже лингвистики. Более того, в рамках синергетики происходит кооперирование различных специальных дисциплин.

Синергетика родилась на базе термодинамики и статистической физики. Именно поэтому слово «Физика» является первым в названии работы. Тем самым подчеркивается, что в основе теории открытых систем лежат фундаментальные физические законы.

3. Деградация и самоорганизация в процессах эволюции

Эволюция — это процесс изменения, развития в природе и обществе. Такое понятие является очень общим. В физических замкнутых системах эволюция во времени приводит к равновесному состоянию. Ему отвечает максимальное значение энтропии и, как мы увидим, максимальная степень хаотичности. В открытых же системах можно выделить два класса эволюционных процессов: 1) временная эволюция к неравновесному стационарному состоянию; 2) процесс эволюции через последовательность неравновесных стационарных состояний открытой системы. Последнее происходит благодаря медленному изменению так называемых управляющих параметров.

Теория эволюции Дарвина основана на принципе естественного отбора. При этом эволюция может вести либо к деградации, либо представлять собой процесс самоорганизации, в ходе которого возникают более сложные и более совершенные структуры. Можно ли ожидать, что самоорганизация является единственным результатом эволюции? Ответ на этот вопрос, естественно, отрицательный, так как ни в физических, ни даже в биологических системах не заложено «внутреннее стремление» к самоорганизации. Тем самым, эволюция может вести и к деградации. Физическим примером служит эволюция к равновесному состоянию, которое, согласно Больцману, является наиболее хаотическим.

Таким образом, самоорганизация — лишь один из возможных путей эволюции. Для ответа на вопрос, по какому пути будет развиваться процесс, надо иметь критерии самоорганизации. При этом нет необходимости давать определения таких фундаментальных понятий, как деградация и самоорганизация. Такие определения очень трудны и, что существенно, не являются однозначными. Более важным является сравнительный анализ относительной степени упорядоченности (или хаотичности) различных состояний рассматриваемой открытой системы. Только такой анализ может дать ответ на вопрос: является ли рассматриваемый в открытой системе процесс самоорганизацией или деградацией?

Мы уже использовали понятия хаос и порядок. Как же отличить порядок от хаоса? Можно привести примеры, когда такое отличие представляется очевидным. Однако на примере сравнения ламинарных и турбулентных течений мы увидим, что кажущийся очевидным вывод может оказаться все же неправильным. Для получения более обоснованных ответов и нужны, как уже говорилось, количественные критерии относительной степени упорядоченности (или хаотичности) различных состояний открытых систем.

Результаты такого анализа объективны и дают дополнительную информацию. Основная информация состоит в установлении некоторой «нормы хаотичности», а также в установлении отклонений от нормы (в ту или иную сторону) под влиянием тех или иных воздействий. В биологии это могут быть различные стрессы, которые и вызывают отклонения

степени хаотичности от нормы. При этом отклонения и в ту, и в другую сторону могут означать «болезнь» и, следовательно, представлять собой процесс деградации.

Таким образом, далеко не всегда констатация (по выбранному критерию) уменьшения степени хаотичности означает наличие самоорганизации и, наоборот, — увеличения степени хаотичности означает наличие деградации. Такие выводы правомерны только в тех физических системах, когда за начало отсчета степени хаотичности можно принять состояние теплового равновесия. В такой открытой системе, как, например, генератор электрических колебаний, равновесному состоянию, т. е. при нулевой обратной связи, отвечают тепловые колебания в электрическом контуре.

Поскольку нормальное функционирование организма возможно лишь при некоторой норме хаотичности, которая отвечает существенно неравновесному состоянию, то указанная выше точка отсчета здесь не существует. По этой причине в биологии, а также, конечно, в экономике и социологии, объективная информация об изменении степени хаотичности еще недостаточна, чтобы делать вывод о наличии процесса самоорганизации или деградации.

Здесь возможна, однако, другая классификация. Если удастся установить для данной системы норму хаотичности, то отклонения в обе стороны можно рассматривать как «болезнь» и, следовательно, как деградацию. Далее можно контролировать выбор методики «лечения». Здесь снова вступает в игру критерий относительной степени упорядоченности. Если по этому критерию «лечение» приближает состояние открытой системы к норме, то имеет место процесс самоорганизации. В противном случае «лечение» вызывает дальнейшую деградацию.

Но каковы же критерии относительной степени упорядоченности? Что является относительной мерой порядка или беспорядка? Это очень сложные вопросы, и ответы на них были получены совсем недавно.

Трудности введения относительной меры упорядоченности (или, напротив, хаотичности) открытых систем связаны, в первую очередь, с отсутствием четких определений самих исходных понятий: хаос, порядок, деградация, самоорганизация. Определения этих понятий, как уже отмечалось, являются в большой мере условными. Мы только что отметили, что далеко не всегда, особенно в биологии, а также социологии и экономике, переход к более хаотическому состоянию следует рассматривать как деградацию. Существенным является рассмотрение отклонений от нормы хаотичности.

В связи с изложенным полезно рассмотреть основные понятия более подробно. Это и откроет нам путь для формулировки критерия относительной степени упорядоченности, без которого сами понятия деградации и самоорганизации остаются, фактически, бессодержательными.

4. Физический и динамический хаос. Неравновесные фазовые переходы

Хаос и порядок — понятия, которые играли существенную роль уже в мировоззрении философов древности, в частности, представителей школы Платона. Не вдаваясь в детали, отметим лишь два сформулированных ими положения, которые сохраняют свое значение и по сей день.

По представлениям Платона и его учеников хаос — состояние материи, которое остается по мере устранения возможностей проявления ее свойств. С другой стороны, из хаоса возникает все, что составляет содержание мироздания, т. е. из хаоса может родиться порядок.

В физике понятия «хаос» и «хаотическое движение» являются фундаментальными, но все же недостаточно четко определенными. Действительно, согласно Больцману, наиболее хаотическим является движение в состоянии равновесия. Хаотическими, однако, называют и движения, далекие от равновесного. Это, например, «движения» в генераторах шума, предназначенных для подавления сигналов.

Хаотическими называют, как правило, и различного рода турбулентные движения в газах и жидкостях. Примером служит турбулентное движение в трубах. Оно возникает из ла-

минарного движения при достаточно большом перепаде давления на концах трубы. При этом представление о турбулентном движении как более хаотичном, чем ламинарное, кажется само собой разумеющимся. Мы увидим, что такой вывод основан на смешении понятий сложности и хаотичности. При наблюдении турбулентного движения проявляется именно сложность движения. Вопрос же о степени хаотичности требует дополнительного анализа, и для количественных оценок необходимы соответствующие критерии.

В последние годы стало широко использоваться понятие «динамический хаос» для характеристики сложных движений в сравнительно простых динамических системах. Слово «динамический» означает, что отсутствуют источники флуктуаций, источники беспорядка.

По этой причине понятие «динамическая система» отвечает определенной идеализации. Реальное хаотическое движение с учетом и случайных источников можно назвать «физический хаос». Его примером и является хаотическое движение атомов и молекул в состоянии равновесия.

Исторически первый пример динамического хаоса был обнаружен в работе Эдварда Лоренца в 1963 г. Он исследовал решение уравнений, которые служат математической моделью конвективного движения в газах и жидкостях. Конвективное движение возникает благодаря совместному действию поля тяжести и градиента температуры, создаваемого внешним источником тепла. Речь идет, таким образом, об открытой системе. Представим себе слой жидкости, который подогревается снизу. Конвективное движение выражается в том, что более нагретые элементы жидкости перемещаются вверх, а более холодные — вниз. Происходит, тем самым, передача тепла снизу вверх. При достаточно малых градиентах температуры перенос тепла определяется за счет теплопроводности. Это молекулярный неорганизованный процесс. Он не сопровождается упорядоченным гидродинамическим движением, которое могло бы, подобно регулировке уличного движения, управлять переносом тепла.

Ситуация существенно меняется, когда градиент температуры превышает некоторое критическое значение. Изменение проявляется в том, что в жидкости возникает упорядоченное макроскопическое движение. Оно и называется конвективным. В результате происходит саморегулировка теплового потока: по одним каналам более нагретые элементы перемещаются вверх, а по другим — более холодные элементы перемещаются вниз. Таким образом, распределение встречных тепловых потоков становится строго упорядоченным.

Эта ситуация напоминает регулировку встречных потоков при уличном движении. Есть, однако, и существенная разница. Действительно, регулировка уличного движения регламентируется правилами уличного движения. При конвективном же движении имеет место процесс самоорганизации. Задается лишь градиент температуры. Перестройка же движения происходит благодаря внутренним свойствам самой системы. Внешне результат этой перестройки проявляется в том, что на поверхности жидкости появляется диссипативная пространственная структура — ячейки Бенара.

Внутри ячеек жидкость поднимается вверх, а по краям опускается вниз. Благодаря такой перестройке обеспечивается большая пропускная способность, чем при молекулярном — неупорядоченном теплопереносе. Появление новой структуры можно рассматривать как неравновесный фазовый переход.

Другим примером неравновесного фазового перехода может служить возникновение когерентного электромагнитного излучения в квантовых оптических генераторах — лазерах.

5. Динамическое и статистическое описание сложных движений

В историческом введении мы отметили, сколь драматичным было соперничество двух теорий статистического и динамического описания неравновесных процессов. Хотя в настоящее время «накал страстей» не столь велик, эти два направления и по сей день развиваются в значительной мере независимо. Необходимость их синтеза особенно остро ощущается в последние годы в связи, в первую очередь, с развитием физики открытых систем.

В чем же причина столь долгого противостояния этих двух фундаментальных научных направлений? Является ли такое независимое развитие оправданным?

Ответ на второй вопрос очевиден: Их синтез необходим. Первый же вопрос не является столь простым. Ниже мы попытаемся дать на него ответ.

Выделим два класса систем: динамические и стохастические (или статистические). Такое разделение является условным, так как во многих случаях трудно провести различие между динамическим и физическим хаосом. Его, однако, можно провести на основе численного эксперимента. Это оправдано, поскольку практически все представляющие интерес математические модели не имеют аналитических решений.

В основу классификации положим свойство воспроизводимости движения по заданным начальным условиям. Тогда, по определению, к динамическим относятся воспроизводимые, а к стохастическим — невозпроизводимые по начальным данным движения в нелинейных диссипативных системах.

Естественно, что в реальном эксперименте, когда наличие шума неизбежно, все процессы в той или иной мере являются стохастическими. При численном же эксперименте возможно точное (при заданной разрядности компьютера) повторение начальных условий. Воспроизводимость решения зависит лишь от структуры математической модели. Если уравнения не содержат случайных источников, то процесс воспроизводим и, следовательно, движение является динамическим, хотя оно и может быть при этом очень сложным и, практически, непредсказуемым. В противном случае (при наличии тех или иных источников), когда движение невозпроизводимо по начальным данным, мы имеем дело, следовательно, со стохастическим движением.

При исследовании стохастических процессов путем численного эксперимента существенно, что источники случайных чисел в компьютерах построены по определенному алгоритму и являются поэтому фактически детерминированными. Они могут рассматриваться как случайные, если характерные времена повторения для них значительно больше характерных времен релаксации динамической системы.

Основной особенностью динамического хаоса служит динамическая неустойчивость движения. Она выражается в сильной (экспоненциальной) расходимости близких в начальный момент траекторий. Следствием ее является перемешивание траекторий, наличие которого позволяет перейти от полного описания на основе уравнении движения всех частиц к более простым уравнениям для функций, сглаженных по объему перемешивания. Тем самым радикально меняется способ описания. Система частиц заменяется сплошной средой.

Особое место в установлении связи динамического и статистического описания сложных движений принадлежит очень рано ушедшему из жизни Николаю Сергеевичу Крылову. В его книге «Работы по обоснованию статистической физики», опубликованной посмертно в 1950 г., впервые поставлен вопрос о роли динамической неустойчивости и перемешивания в обосновании статистической физики.

6. Конструктивная роль динамической неустойчивости движения

В сравнительно простых динамических системах существуют чрезвычайно сложные движения, которые воспринимаются как хаотические. Это и дало основание для введения новых понятий: странный аттрактор и динамический (или детерминированный) хаос.

Слово «хаос» является, как правило, негативным как в физике и биологии, так, например, и в экономике. Это понятие, однако, как уже отмечалось выше, очень многогранно. Так, жизнь невозможна как при полном хаосе, так и при полном порядке. Для нормального организма нужна некоторая норма степени хаотичности. Для ее определения и поддержания необходимы количественные оценки относительной степени хаотичности.

Если имеется возможность определения относительной степени хаотичности, то отпадает необходимость «навешивания» дополнительных определений к слову хаос. В связи с этим уместно поставить вопрос: является ли оправданным термин «динамический хаос»?

Ведь он возник для характеристики сложных состояний, которые возникают в результате развития динамической неустойчивости экспоненциального расхождения траекторий при малых изменениях начальных условий. Однако это название находится в определенном противоречии с тем фактом, что траектории, рассчитанные по динамическим уравнениям, являются воспроизводимыми по начальным данным при численном эксперименте. Более того, как мы сейчас покажем, динамическая неустойчивость может играть в физике открытых систем конструктивную роль.

Начнем с иллюстративного примера из социологии.

Представим себе, что происходит международная конференция. Предположим, что конференция подошла к концу. Примем это состояние за начальное. Рассмотрим два возможных варианта их дальнейшего движения.

1. Участники конференции и после ее окончания перемещаются вместе, не удаляясь друг от друга на значительные расстояния.

2. Участники разъезжаются по местам работы и жительства — «разбегаются экспоненциально». Иными словами, движение слушателей становится «динамически неустойчивым».

Какой из этих двух вариантов движения в большей мере способствует использованию полученных во время лекции знаний?

Первый вариант в определенной мере полезен, так как позволяет продолжить обсуждение. Несомненно, вместе с тем, что лишь второй вариант движения, когда имеет место «динамическая неустойчивость» и «перемешивание» траекторий участников, в большей мере способствует прогрессу науки.

Этот пример демонстрирует, что динамическая неустойчивость движения и перемешивание могут и не вести к «хаосу», а играть позитивную и конструктивную роль.

Вернемся после этого иллюстративного примера к физической системе. Рассмотрим разреженный газ. С точки зрения механики для описания эволюции газа надо использовать систему уравнений для всех его атомов. Такая задача непосильна даже для самых мощных компьютеров. В чем же выход? Как же найти способ описания неравновесных процессов в газе — системе, состоящей из огромного числа частиц? Решение такой задачи возможно именно благодаря конструктивной роли динамической неустойчивости движения атомов газа.

Благодаря динамической неустойчивости движения — экспоненциальному разбеганию траекторий, происходит перемешивание траекторий в фазовом пространстве. Это открывает возможность ввести понятие «сплошная среда» и использовать вместо микроскопических уравнений движения частиц газа приближенные уравнения для макроскопических функций. Атомарная структура системы принимается во внимание при определении понятия «точка сплошной среды». Для этого необходимо конкретное определение физически бесконечно малых масштабов времени и длины и соответствующего физически бесконечно малого объема, который и играет роль объема «точки» сплошной среды. Такое определение должно быть согласовано с определением минимальной области перемешивания и минимальным временем развития динамической неустойчивости.

7. Критерий относительной степени упорядоченности состояний открытых систем.

S-теорема

Среди различных макроскопических функций только энтропия S обладает совокупностью свойств, позволяющих использовать ее в качестве меры неопределенности (хаотичности) при статистическом описании процессов в макроскопических системах. Энтропия первоначально была введена в термодинамике как функция состояния, изменение которой определяет количество переданного системе тепла $dQ = TdS$. Это равенство выражает второй закон термодинамики для квазистатических, т. е. обратимых процессов. При обратимом адиабатическом процесс, когда $dQ = 0$, энтропия неизменна.

Больцман дал статистическое определение энтропии как для равновесных, так и неравновесных (необратимых) процессов и доказал знаменитую H-теорему.

Она гласит: при временной эволюции к равновесному состоянию энтропия системы возрастает и остается неизменной при достижении равновесного состояния. Поскольку энтропия является мерой неопределенности (хаотичности), то, по теореме Больцмана, при временной эволюции к равновесному состоянию степень хаотичности монотонно возрастает и имеет максимальное значение в состоянии равновесия.

При этом существенно следующее.

В процессе эволюции по уравнению Больцмана к равновесному состоянию средняя энергия $\langle E \rangle$ остается неизменной, т. е. $\langle E \rangle = \text{const}$. Сохранение средней энергии в процессе эволюции не является, однако, общим свойством всех кинетических уравнений.

Так для броуновского движения она меняется в процессе эволюции к равновесному состоянию. По этой причине H-теорема Больцмана неприменима непосредственно для этого случая. Роль энтропии при броуновском движении играет функция, которая является аналогом термодинамической свободной энергии при неравновесных процессах. Однако свободная энергия не обладает набором необходимых свойств, чтобы служить мерой неопределенности состояния системы. Таким набором свойств обладает только энтропия.

Естественно, что критерий относительной степени упорядоченности должен быть общим. Нет оснований ограничиться лишь классом систем, для которых в процессе эволюции средняя энергия сохраняется. Как же решить эту проблему? Поскольку энтропия — единственная функция, обладающая свойствами меры хаотичности, то остается лишь одна возможность. Надо провести переопределение энтропии так, чтобы средняя энергия оставалась бы в процессе эволюции неизменной.

Здесь речь шла о временной эволюции. Можно рассматривать эволюцию стационарных состояний открытой системы при медленном изменении значений управляющих параметров. Именно для такого рода эволюции и будет ниже введен критерий относительной степени упорядоченности состояния открытых систем. Впервые этот критерий был сформулирован на конкретных примерах и получил название «S-теорема». Позднее была дана общая формулировка этого критерия для сравнения относительной степени упорядоченности непосредственно по экспериментальным данным.

В названии «S-теорема» буква S — начальная буква английского написания слова самоорганизация (Selforganization). В связи с этим интересно отметить, что название «H-теорема» установилась не сразу. Оно было предложено английским физиком Бербери лишь через несколько лет после ее доказательства. В названии «H-теорема» буква H происходит от английского слова Heat — тепло.

Рассмотрим эволюцию стационарных состояний некоторой открытой системы при изменении управляющего параметра a . Выделим два состояния при значениях параметра $a = 0$ и $a = a_1$. Это могут быть, например, стационарные состояния генератора Ван-дер-Поля при разных значениях параметра обратной связи. При описании генерации учитываются, разумеется, флуктуации тока и заряда. Тогда первому состоянию, когда обратная связь отсутствует, отвечают тепловые колебания тока и заряда в электрическом контуре. Второму значению отвечает, например, состояние развитой генерации при значениях параметра обратной связи, значительно превышающих пороговое значение.

Степень упорядоченности выделенных состояний в общем случае различна и, следовательно, одно из них более хаотично. Назовем его «состояние физического хаоса». Оно, как правило, является неравновесным и более упорядочено, чем равновесное состояние. Однако в случае генератора при $a = 0$ оно совпадает с равновесным состоянием.

Обозначим через X значение макроскопической характеристики стационарного состояния. Для генератора в качестве X может выступать, например, энергия колебаний E . Обозначим через f_0, f_1 функции распределения двух выделенных состояний, а через S_0, S_1 — соответствующие значения энтропии.

В общем случае для открытой системы нет понятия энергии, поэтому можно ввести лишь эффективную энергию. Ее можно назвать и эффективной функцией Гамильтона и обозначить через H_{eff} . Она определяется через функцию распределения состояния физического хаоса: $H_{eff} = \ln f_0$. При изменении значения управляющего параметра эффективная функция Гамильтона, как правило, не сохраняется. По этой причине для использования разности энтропии $S_0 - S$ в качестве меры относительной степени упорядоченности выделенных состояний необходима замена функций f_0, S_0 на соответствующие значения, \tilde{f}_0, \tilde{S}_0 . Они будут определены из условия равенства для рассматриваемых состояний средней эффективной функции Гамильтона. Если, как в случае генератора Ван-дер-Поля, состояние физического хаоса совпадает с равновесным состоянием, то перенормировка осуществляется путем замены температуры T на новое значение \tilde{T} . Оно определяется путем решения уравнения, которое выражает условие равенства средней эффективной функции Гамильтона в двух рассматриваемых состояниях, которое имеет вид:

$$\int H_{eff} \tilde{f}(X, a = 0) dX = \int H_{eff} f_1(X, a = a_1) dX \quad (1)$$

Если выбор «состояния физического хаоса» сделан правильно, то решение этого уравнения имеет вид:

$$\tilde{T}(a) \geq T \quad (2)$$

Знак равенства имеет место при $a = 0$, т. е. для состояния физического хаоса. Мы видим, что для выравнивания средних энергий состояние «0» надо «подогреть».

Поскольку сравнение производится теперь при одинаковых значениях средней эффективной энергии, то разность энтропий S_0, S_i может теперь служить мерой относительной степени упорядоченности выделенных состояний.

Представим перенормированную функцию распределения в форме канонического распределения Гиббса:

$$f_0 = \exp \frac{F_{eff}(\tilde{T}) - H_{eff}(X)}{k\tilde{T}} \quad (3)$$

Соответствующее выражение для энтропии Больцмана-Гиббса-Шеннона определяется выражением:

$$S_0 - \int \ln(\tilde{f}_0(X)) \tilde{f}_0(X) dX \quad (4)$$

Вернемся к уравнению (1). Если состояние «0» совпадает с равновесным то решение этого уравнения имеет вид (2). В нем T — температура. В общем же случае состояние «0» — состояние физического хаоса является неравновесным. В распределение (3) входит эффективная температура. Для состояния физического хаоса она равна единице. Таким образом, решение (2) следует записать в виде:

$$\tilde{T}(a) \geq 1 \quad (5)$$

Знак равенства и здесь отвечает состоянию физического хаоса. Однако эффективные температура и свободная энергия являются теперь безразмерными. Если при значениях управляющего параметра $a > 0$ имеет место неравенство (5), то сделанный нами выбор состояния «0» в виде физического хаоса подтверждается и относительная степень упорядоченности выделенных состояний определяется разностью соответствующих энтропий.

Используя выражение (3) для функции распределения \tilde{f}_0 и условие постоянства средней эффективной функции Гамильтона, выражение для разности энтропий можно представить в виде неравенства:

$$\tilde{S}_0 - S_1 = -\int \ln \left(\frac{\tilde{f}_1(X)}{\tilde{f}_0} \right) f(X) dX \geq 0 \quad (6)$$

При условии

$$\langle H_{eff} \rangle = const. \quad (7)$$

При получении формулы (6) использовано известное неравенство $\ln a \geq 1-1/a$ при $a = f/f_0$

Итак, результат расчета относительной степени упорядоченности двух выделенных неравновесных состояний выражается двумя неравенствами. Первое из них (5) подтверждает правильность выбора состояния «0» в качестве физического хаоса. При противоположном неравенстве следовало бы за физический хаос принять состояние «1». Формула (6) дает количественную меру относительной степени упорядоченности выделенных состояний.

Приведенный расчет проведен для случая одного параметра a . При наличии нескольких управляющих параметров возможна оптимизация поиска наиболее упорядоченного состояния.

Применим теперь «S-теорему» для определения относительной степени упорядоченности при переходе от ламинарного течения к турбулентному.

8. Представляет ли турбулентное движение порядок или хаос?

Понятие «турбулентное движение» было введено в науку более ста лет назад. Однако, до недавнего времени не было убедительного ответа на вопрос: какое из двух движений — ламинарное или турбулентное — является более хаотическим? Подавляющему числу исследователей представлялся почти очевидным ответ: ламинарное движение является более упорядоченным. При этом, однако, происходило смешение понятий «сложность» и «упорядоченность».

Большая сложность турбулентного течения видна, как говорят, и невооруженным глазом. Однако, для определения относительной степени упорядоченности необходимо использование критерия относительной степени упорядоченности. Расчет на основе S-теоремы позволил конкретизировать общие результаты (5), (6) на случай перехода от ламинарного течения в трубе к стационарному турбулентному течению.

При этом за состояние физического хаоса по предположению принимаем ламинарное течение. Это будет оправдано ниже. Роль эффективной функции Гамильтона играет средняя кинетическая энергия при ламинарном течении. Для выполнения равенства этой энергии при ламинарном и турбулентном течениях ламинарный поток надо «подогреть»:

$$T_{lam} = T_{turb} + m/3 \langle (\delta u)^2 \rangle \gg T_{turb} \quad (8)$$

Это неравенство и оправдывает выбор ламинарного потока в качестве состояния физического хаоса. Второй член после знака равенства определяется дисперсией скорости более упорядоченного гидродинамического движения. Таким образом, по мере развития турбулентности доля хаотического движения уменьшается, а доля более упорядоченного — растет. Это, как мы сейчас увидим, и отражается в уменьшении энтропии.

Результат (6), определяющий в рассматриваемом случае относительную степень упорядоченности ламинарного и турбулентного течений, имеет вид:

$$T(S_{lam} - S_{turb}) = mn/2 \langle (\delta u)^2 \rangle \gg 0 \quad (9)$$

Таким образом, энтропия турбулентного течения меньше, чем ламинарного. Это и означает, что турбулентное течение более упорядоченное. Роль управляющего параметра играет здесь разность давлений на концах трубы. При нулевом ее значении жидкость находится в состоянии равновесия, когда степень хаотичности максимальна. Здесь, таким образом, имеется точка отсчета хаотичности. Все состояния при отличной от нуля разности давления более упорядочены. Это и дает основание, в соответствии с изложенным в разделе 3,

считать процесс перехода от ламинарного состояния к турбулентному примером процесса самоорганизации.

Большая организованность турбулентного течения по сравнению с ламинарным проявляется также в следующем.

При ламинарном течении перенос импульса от слоя к слою потока осуществляется молекулярным механизмом — независимыми изменениями импульса отдельных частиц газа.

В противоположность этому, при турбулентном течении передача импульса от слоя к слою является процессом коллективным. Это можно выразить словами: индивидуальное, неорганизованное движение при ламинарном течении сменяется при переходе к турбулентному течению коллективным и, следовательно, более высокоорганизованным сопротивлением.

Это выражается в том, что коэффициент турбулентной вязкости много больше соответствующего коэффициента вязкости при ламинарном потоке.

Большая упорядоченность турбулентного движения подтверждается также расчетом производства энтропии.

9. Определение относительной степени упорядоченности по экспериментальным данным

Для практического использования S-теоремы необходимо знать эффективную функцию Гамильтона. Ее определение не представляет принципиальных трудностей, если известна математическая модель процесса. Во многих случаях, однако, даже для физических систем не удается найти адекватную математическую модель рассматриваемой открытой системы. Эта задача является еще более сложной при исследовании биологических, социальных и экономических объектов.

В связи с этим надо иметь возможность определения относительной степени упорядоченности открытых систем непосредственно по экспериментальным данным. Необходимая для этого последовательность действий такова.

1. Проводим для рассматриваемой системы выбор управляющих параметров. Выбираем два состояния системы при значениях управляющих параметров a_0 и $a_0 + \Delta a$.

2. Для выбранных параметров системы экспериментально получаем достаточно длинные временные реализации

$$X_0(t, a_0), X(t, a_0 + \Delta a) \quad (10)$$

Вводим эти данные в компьютер и по ним строим соответствующие функции распределения:

$$f_0(X, a_0), f(X, a_0 + \Delta a) \quad (11)$$

Оба распределения нормированы на единицу. Далее действуем по известному уже рецепту.

3. Принимаем одно из состояний, например «0» за состояние физического хаоса и определяем эффективную функцию Гамильтона:

$$H_{eff} = -\ln f_0(X, a_0) \quad (12)$$

Тем самым, она определяется непосредственно по экспериментальным данным. Как и выше, название «эффективная функция Гамильтона» оправдано тем, что перенормированная к заданному значению $\langle H_{eff} \rangle$ функция распределения имеет форму канонического распределения Гиббса:

$$\tilde{f}_0(X) = \exp \frac{F_{eff}(\tilde{T}) - H_{eff}(X)}{k\tilde{T}} \quad (13)$$

Здесь \tilde{T} — эффективная температура. Для состояния физического хаоса $\tilde{T} = 1$.

Эффективная свободная энергия как функция T определяется из условия нормировки функции f_0 . Зависимость эффективной температуры от изменения управляющего параметра Δa находим, как и выше, из условия постоянства средней эффективной энергии:

$$\int H_{eff} \tilde{f}_0(X, a_0) dX = \int H_{eff} f(a_0 + \Delta a) dX \quad (14)$$

Если решение этого уравнения имеет вид (5), то выбор состояния физического хаоса оправдан. Расчет относительной степени упорядоченности снова проводится по формуле (6).

10. Диагностика медико-биологических объектов по S-теореме

Рассмотрим некоторые приложения S-теоремы для целей медико-биологической диагностики. Такого рода исследования начали проводиться с 1990 г. в Киеве и в Москве как на основе математических моделей, так и по экспериментальным данным. В 1994 г. в лабораториях нелинейной динамики Саратовского и Потсдамского университетов получены результаты диагностики по кардиограммам на основе S-теоремы. Работы выполнялись совместно с биологами и медиками.

Анализ относительной степени упорядоченности для целей медико-биологической диагностики проводился как по данным, относящимся к отдельным испытуемым, так и по данным для выделенных групп пациентов.

В биологических исследованиях Т. Г. Анищенко было обнаружено существенное различие в откликах на стрессы для мужских и женских особей. Опыты проводились на крысах. На основании биохимических анализов было установлено, что изменения состояния мужских и женских особей противоположны по знаку. В связи с этими результатами возникла идея сравнительного анализа откликов на стрессы для мужчин и женщин. Оценка также проводилась по S-теореме.

Для каждого участника эксперимента были получены две кардиограммы. Первая до стресса, т. е. при обычном функционировании организма, а вторая после стресса. Источником стресса служил одинаковый для всех испытуемых резкий звуковой сигнал.

В результате для каждого испытуемого имелись две кардиограммы. Это давало возможность определения по S-теореме изменения относительной степени упорядоченности в результате стресса для каждого испытуемого в отдельности. Обработка результатов показала, что изменения степени упорядоченности у мужчин и женщин противоположны по знаку. Именно, у всех женщин в результате стресса степень хаотичности увеличивалась, а у мужчин уменьшалась.

Оба результата представляют собой отклонения от «нормы хаотичности» и могут рассматриваться как «болезнь». Вопрос о том, какое из этих «заболеваний» является более опасным, могут решать только медики.

Возврат к «норме хаотичности» может быть естественным. Тогда «выздоровление» идет без внешнего вмешательства. Управляющим параметром здесь служит время.

Если возвращение к норме происходит под действием лекарств, то можно по тому же критерию оценивать эффективность тех или иных медикаментов.

Естественно, что каждый врач осуществляет лечение по своим критериям, не основанным на S-теореме. Однако объективная дополнительная информация на основе описанного анализа кардиограмм может оказаться полезной.

Для целей медицинской диагностики естественно стремление делать выводы не только на основе данных об отдельном пациенте, но и статистических данных, относящихся к группам пациентов. Однако проведенные первые исследования основываются на предположении, что сердечно-сосудистая система и управляющая ею нервная система для всех пациентов одинаковы. Это сводит, фактически, проблему к исследованию одной системы, находящейся в разных состояниях.

Анализ проводился по тахограммам, которые определяют зависимость интервалов между ударами сердца от времени. Установление «точки отсчета» относительной степени упорядоченности проводилось на основе S-теоремы по спектрам мощности тахограмм группы здоровых людей. За точку отсчета физического хаоса принималось состояние испытуемого из группы «здоровых», для которого степень хаотичности тахограммы максимальна. Обозначим энтропию этого состояния через \tilde{S}_0 , тогда основной характеристикой является разность энтропий

$$\Delta S = S - \tilde{S}_0,$$

которая характеризует относительную степень хаотичности по отношению к состоянию, принятому за физический хаос в группе здоровых людей.

После этого производились соответствующие исследования для большой группы пациентов. Оказалось, что по рассматриваемому критерию больные составляют три группы. В первой — больные, у которых болезнь выражается в уменьшении степени хаотичности, т. е. появляется «избыточная упорядоченность». Две другие группы составляют пациенты, у которых заболевание выражается в увеличении степени хаотичности работы сердца. В одной из этих групп — пациенты, у которых увеличение степени хаотичности не слишком велико. Ко второй же относятся больные с аномально большой степенью хаотичности работы сердца.

Напомним, что эти исследования основаны на весьма сильном предположении об идентичности сердечно-сосудистой системы всех испытуемых. Поскольку исследуются лишь относительные характеристики, то это ограничение может оказаться не слишком сильным. Во всяком случае, эти исследования показывают, что S-теорема является достаточно чувствительным критерием для диагностики медико-биологических систем.

11. Физика открытых систем для социологов и экономистов

Одно из первых приложений синергетики к социологии принадлежит Г. Хакену. Основой применения синергетики для этих целей служит несомненный факт, что коллективные эффекты играют существенную роль в социальных процессах. Они в значительной степени определяют, например, формирование общественного мнения, несмотря на то, что отдельные акты выбора являются, конечно, индивидуальными. На основе синергетики широкие исследования моделей социальных систем проводились группой В. Вайдлиха. Ими были, в частности, предложены простейшие модели для описания формирования общественного мнения, миграции населения, роста городов.

Методы синергетики в последние годы все шире используются и для моделирования процессов в экономике. Экономика — одна из старейших социальных наук с глубокими традициями и развитыми методами не только качественного, но и количественного описания различных процессов. Несмотря на это, остается еще много нерешенных проблем, представляющих широкое поле приложений физики открытых систем.

Значительная их часть связана с поиском оптимальных путей развития связей производства, распределения и потребления. Основой поиска могут служить рассмотренные выше критерии относительной степени упорядоченности открытых, но теперь уже социальных или экономических систем. Это может дать дополнительную информацию для контроля эффективности параметров, принимаемых за управляющие, определения «нормы хаотичности», а также «лечения болезней» — отклонений от нормы хаотичности в ту или иную сторону.

Если процессы «лечения» происходят спонтанно, т. е. без внешних вмешательств — без «лекарств», то процессы «выздоровления» представляют собой примеры самоорганизации. Естественно, что, как и для биологических систем, равновесное состояние не может здесь служить точкой отсчета при определении относительной степени хаотичности состояний социальных и экономических систем. Точкой отсчета тут может служить лишь состояние,

отвечающее «норме хаотичности». Выявление такого состояния и составляет одну из основных задач, которая может быть решена на основе критериев физики открытых систем.

12. Заключительные замечания

Несколько лет назад появилась популярная книга итальянского исследователя Джузеппе Кальоти «Динамика неоднозначности». Она издана на итальянском (1982, 1986), на немецком (1990) и английском (1992) языках. Английское издание вышло с предисловием Г. Хакена. К готовящемуся изданию на русском языке предисловие написал И. Пригожин. И тот и другой очень высоко оценивают книгу. О чем же эта книга, заслужившая столь высокую оценку?

Эта книга прежде всего о связи и соотношении в современном мире науки и искусства или, как теперь говорят, о связи «двух культур». Отметим лишь трактовку автором перехода от восприятия к мысли. На одной из первых страниц книги он пишет:

«При исследовании восприятия могут проявиться объединяющие факторы. Именно, неупорядоченные вначале сенсорные стимулы начинают коррелировать и организуются в мозгу в упорядоченные когерентные структуры, которые затем и превращаются в мысль». Короче это можно выразить словами: переход от восприятия к мысли — это переход от менее упорядоченного состояния мозга к более упорядоченному его состоянию.

Конечно, это очень красивая схема рождения мысли. Остается, однако, открытым вопрос, насколько эта картина отвечает реальности. В книге такого ответа нет, поскольку в ней не рассматриваются критерии относительной степени упорядоченности состояний открытых систем, позволяющие отличить «порядок» от «хаоса». Несомненно, что некоторая информация об изменении степени упорядоченности в ходе рождения мысли может быть получена на основе анализа энцефалограмм по приведенным выше критериям физики открытых систем, в частности, по S-теореме.

При этом возможен целый комплекс экспериментальных исследований «скорости рождения мысли», различия этого процесса, например, для мужчин и женщин, о степени воздействия на людей искусства и т. д. Естественно, что решение такой сложной проблемы возможно лишь при объединении усилий исследователей разного профиля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акчурин И. Г., Аришинов В. И. (ред). Самоорганизация в науке. М: Арго, 1994.
2. Анищенко В. С.; Сапарин П. И., Курте Ю., Витт А., Фосс А. Анализ динамики сердечного ритма человека на основе критерия перенормированной энтропии // Прикладная нелинейная динамика, 1994, № 2, с. 55.
3. Волькенштейн М. В. Сущность биологической эволюции // УФН, 1984, № 143, с. 429.
4. Кадоміцев Б. Б. Динамика и информация // УФН, 1994, № 164, с. 449.
5. Климонтович Ю. Л. Уменьшение энтропии в процессах самоорганизации. S-Теорема // Письма в ЖТФ, 1983, № 7, с. 1412.
6. Климонтович Ю. Л. Турбулентное движение и структура хаоса. М: Наука, 1990.
7. Климонтович Ю. Л. Нелинейное броуновское движение // УФН, 1984, № 164, с. 811.
8. Климонтович Ю. Л. Статистическая теория открытых систем. М: Янус, 1995; Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995.
9. Климонтович Ю. Л. Что же такое турбулентность? // Прикладная нелинейная динамика, 1995, № 3.
10. Пригожин И. Р., Стенгерс И. Порядок из хаоса. М: Мир, 1984.
11. Хакен Г. Синергетика. М: Мир, 1980.
12. Хакен Г. Информация и самоорганизация. М: Мир, 1991.